

数学 I・II・A

(解答番号 ～)

解答上の注意

- (1) 空欄 にあてはまる数字を答えること。
- (2) 空欄 を連結した空欄 や 等は、それぞれ 2 桁、3 桁等の整数を表す。各位ごとの数字をそれぞれマークすること。
(例) を 102 と答えたいときは、 とマークする。
- (3) 整式の係数の空欄 のときは、0 や 1 も含めてマークすること。
(例) $x^3 +$ $x^2 -$ $x +$ を $x^3 - 2x$ と答えたいときは、
 $x^3 +$ $x^2 -$ $x +$ とマークする。
- (4) 分数形で解答が求められているときは、既約分数で答え、分母に根号を含むときは、分母を有理化して答える。また、根号内の数の因数のうち、根号の外に出せるものがあるときは、根号の外に出して $a\sqrt{b}$ の形で答えること。

(例) $\frac{4}{6}$ は $\frac{2}{3}$ と答え、 $\sqrt{8}$ は $2\sqrt{2}$ と答え、 $\frac{2}{3\sqrt{6}}$ は $\frac{\sqrt{6}}{9}$ と答える。

I (必答問題)

- (1) $2+\sqrt{5}$ の整数部分を a 、小数部分を b とするとき、

$$(a+b)^2 = \boxed{1} + \boxed{2}\sqrt{\boxed{3}}$$

であり、

$$\left(b + \frac{1}{b}\right)^3 = \boxed{4}\boxed{5}\sqrt{\boxed{6}}$$

である。

- (2) 関数 $y = (x^2 - 2)^2 - 2(x^2 - 2) + 8$ は、 $x = \pm\sqrt{\boxed{7}}$ のとき最小値 $\boxed{8}$ をとる。

- (3) 2 次関数 $y = x^2 - 2ax + a$ のグラフが x 軸から切り取る線分の長さが $2\sqrt{2}$ 以上になる a の範囲は、 $a \leq -\boxed{9}$ 、 $a \geq \boxed{10}$ である。

II (必答問題)

鋭角三角形 $\triangle ABC$ の、外接円の中心を O とする。円 O の点 B を含まない弧 AC 上に $\angle BAD = 90^\circ$ となる点 D をとる。直線 AD と直線 BC の交点を P とすると、 $CP = 3$ 、 $DP = 4$ となった。円 O の半径を $\sqrt{7}$ とするとき、

- (1) $CD = \sqrt{\boxed{11}}$ である。

- (2) $\cos \angle DPC = \frac{\boxed{12}}{\boxed{13}}$ である。

- (3) $BC = \sqrt{\boxed{14}\boxed{15}}$ である。

- (4) $\triangle DBP$ の面積は $\frac{\boxed{16}\sqrt{\boxed{17}} + \boxed{18}\sqrt{\boxed{19}}}{\boxed{20}}$ である。ただし、 $\boxed{16}\sqrt{\boxed{17}} < \boxed{18}\sqrt{\boxed{19}}$ とする。

Ⅲ (必答問題)

3 次関数 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ は、 $x=\alpha$ 、 $\beta(\alpha<\beta)$ のとき、極値をとる。このとき、

(1) $\beta-\alpha=\frac{\boxed{21}}{\boxed{22}}\sqrt{a^{\boxed{23}}-\boxed{24}b}$ である。

(2) $f(x)$ のグラフが $(0, 5)$ を通り、その点での接線の傾きが -3 であり、 $\beta-\alpha=2$ であるとき、

$a=\boxed{25}$ 、 $b=-\boxed{26}$ 、 $c=\boxed{27}$ である。

(3) (2) のとき、 $(\alpha, f(\alpha))$ における接線と $f(x)$ で囲まれた部分の面積は、 $\frac{\boxed{28}\boxed{29}}{\boxed{30}}$ である。

Ⅳ (必答問題)

2 つの円 C_1 と C_2 がある。以下の問いに答えなさい。

(1) 円 C_1 は中心 $(0, 0)$ 、半径 2 の円である。円 C_1 の方程式は

$x^2+y^2+\boxed{31}x+\boxed{32}y-\boxed{33}=0$ である。

(2) 円 C_2 は 3 点 $(4, -5)$ 、 $(0, -1)$ 、 $(-4, -5)$ を通る円である。円 C_2 の方程式は

$x^2+y^2+\boxed{34}x+\boxed{35}\boxed{36}y+\boxed{37}=0$ である。

(3) 円 C_1 と C_2 に接する接線の方程式は

$y=\pm\frac{\sqrt{\boxed{38}\boxed{39}}}{\boxed{40}}x+\boxed{41}$ である。

(4) 円 C_1 と C_2 の交点を通り、中心が直線 $2x+y+10=0$ 上にある円の方程式は

$x^2+y^2+\boxed{42}x+\boxed{43}\boxed{44}y+\boxed{45}\boxed{46}=0$ である。

V、VI、VIIはいずれか1問を選択し、解答しなさい。

V (選択問題)

- (1) 5040の正の約数の個数は $\boxed{47}\boxed{48}$ 個である。
- (2) 5進数 $333_{(5)}$ を8進数で表すと $\boxed{49}\boxed{50}\boxed{51}_{(8)}$ である。
- (3) 1次不定方程式 $181x+53y=1$ をみたす整数 x, y の組 (x, y) のうち、 x が正で最小のものは、 $(x, y)=(\boxed{52}\boxed{53}, -\boxed{54}\boxed{55}\boxed{56})$ である。

VI (選択問題)

スペードの1から10とクラブの1から10の合計20枚のトランプのカードがある。カードをよく混ぜて、4枚を同時に取り出す。このとき、取り出した4枚の中に同じ数字のスペードとクラブが2組あれば2点、1組だけあれば1点、1組もなければ0点とする。

- (1) 得点が0点である取り出し方は $\boxed{57}\boxed{58}\boxed{59}\boxed{60}$ 通りである。

- (2) 得点が1点となる確率は $\frac{\boxed{61}\boxed{62}}{\boxed{63}\boxed{64}\boxed{65}}$ である。

- (3) 得点が2点となる確率は $\frac{\boxed{66}}{\boxed{67}\boxed{68}\boxed{69}}$ である。

Ⅶ (選択問題)

△ABC において、 $AB = 4$ 、 $BC = 6$ とする。辺 BC 上に点 D を $BD = 2$ となるようにとり、△ADC の外接円が辺 AB と交わる点を E とする。

(1) $BE = \boxed{70}$ である。

(2) $\angle BAC = 90^\circ$ である場合、 $ED = \sqrt{\boxed{71}}$ 、 $EC = \sqrt{\boxed{72} \boxed{73}}$ である。

(3) (2)の条件で、ED の E の側の延長と辺 AC の A の側の延長の交点を F とする。

$AC = \boxed{74} \sqrt{\boxed{75}}$ 、 $FE = \frac{\boxed{76}}{\boxed{77}} \sqrt{\boxed{78}}$ である。

(数学Ⅰ・Ⅱ・A 終わり)